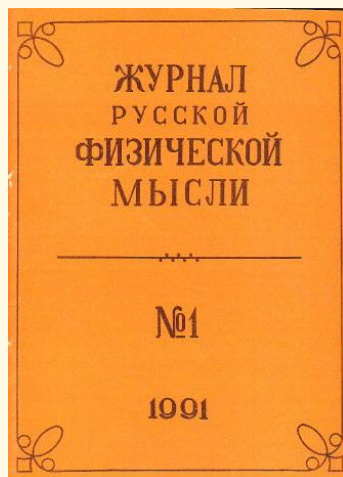


ЭНЦИКЛОПЕДИЯ РУССКОЙ МЫСЛИ

ТОМ 14

**ДОКЛАДЫ
РУССКОМУ
ФИЗИЧЕСКОМУ
ОБЩЕСТВУ,
2012**

(Сборник научных работ)



**Москва
«Общественная польза»
2012**

ОБОСНОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА*

М.Г. Лобановский

Для изучения взаимодействия движущихся в пространстве физических объектов возьмём какое-нибудь тело и удалённую от него материальную точку. Известно, что все тела состоят из материальных точек, например атомов или каких-нибудь других, более мелких частиц, существующих в природе, и что любые две материальные точки взаимодействуют между собой по прямой, их соединяющей. Разбивая выбранное нами тело на какое угодно количество точек и соединяя каждую из них прямой с удалённой материальной точкой (рис. 2), мы обнаружим, что система прямых взаимодействия точек, расположенных по контуру объекта, с удалённой материальной точкой образует тот телесный угол, под которым видно рассматриваемое тело из положения удалённой точки. Так как сила взаимодействия между двумя материальными точками направлена по прямой, соединяющей их, то система линий, образуемая прямыми взаимодействия точек объекта с внешней точкой, является единственной, характеризующей силу взаимодействия между внешней точкой и объектом.

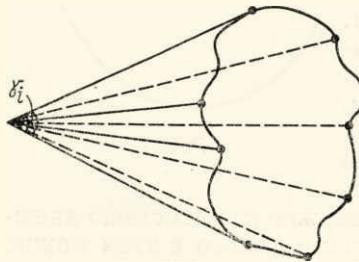


Рис. 2

Никакой другой системы линий, характеризующей силу взаимодействия между точкой и объектом, не существует. В геометрическом представлении [36] система прямых, соединяющих удалённую точку с точками объекта, расположенными *по* контуру, видимому из удалённой точки, образует проективную систему координат с центром проектирования, расположенным в удалённой точке (см. рис. 2).

Полученная проективная система координат является единственной из всех возможных, полностью отражающей взаимодействие точки с объектом. Любая другая система координат, в том числе и декартова, оказывается непригодной для изучения механики взаимодействий физических объектов.

Для изучения взаимодействий материальной точки с объектом в качестве объекта возьмём массивный шар и будем считать его неподвижным. Пусть к нему движется материальная точка. Будем также считать, что движение материальной точки к шару возникает лишь в результате их гравитационного взаимодействия и в соответствии с третьим законом Ньютона пусть точка из бесконечности движется к шару по прямой, проходящей через центр тяжести шара. Опыт показывает, что в этом случае все направления к объекту равноправны и положительны. Поэтому геометрические построения будем проводить в ортогональной декартовой системе координат, состоящей из четырёх положительных направлений (лучей) $Ox_1; Ox_2; Ox_3; Ox_4$ (рис. 3).

Центр системы координат совместим с центром шара. При движении точки зафиксируем ряд расстояний от поверхности шара, которые обозначим $O_\infty, O_{n+1}, O_n, O_{n-1}, O_{n-2}$ и т.д.

Наблюдатель «видит» (условно) шар из каждой фиксированной точки O_i пространства под углом γ_i образуемым лучами света, с одной стороны касающимися поверхности шара, а с другой – сходящимися в точку местоположения наблюдателя O_i .

Из каждого фиксированного положения O_i точки O проведём лучи O_iA_i, O_iB_i , касающиеся поверхности шара в точках A_i и B_i .

Через каждое фиксированное положение O_i точки O проведём линии, параллельные оси x_2x_4 . Лучи $O_\infty A_i$ и $O_\infty B_i$, идущие к шару из бесконечно удалённого положения точки O , в пределе будут параллельны осям координат. На уровне положения $O_{\infty-1}$ к лучу $O_\infty A_i$ проведём линию, параллельную лучу $O_{\infty-1} A_i$, до уровня $O_{\infty-2} \dots$. К линии, параллельной лучу $O_{n+1} A_i$, от уровня O_n проведём линию, параллельную лучу $O_n A_n$, до уровня O_{n-1} . Из положения O_{n-1} проведём линию, параллельную лучу $O_{n-1} A_{n-1}$ до положения O_{n-2} и т. д.

При большом количестве положений точки O в результате такого построения получим кривую CHD . Лучами $O_i A_i$ и $O_i B_i$, как видно из рис. 3, ограничивается не только угол видимости шара из положения O_i , но и угол его гравитационного взаимодействия с

точкой O . Заметим, что, отождествляя угол видимости шара γ_i из положения O_i с углом гравитационного взаимодействия того же шара с материальной точкой O , мы лишь безоговорочно принимаем, что третий закон Ньютона: «силы, с которыми два тела действуют друг на друга, направлены по одной прямой, равны по величине и противоположны по направлению» – правилен и применим для наших расчётов.

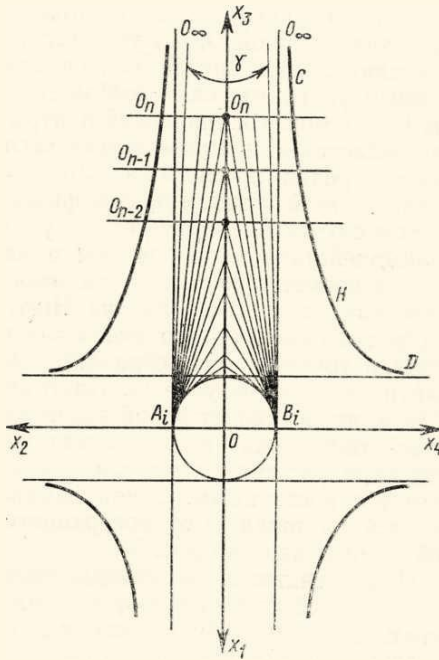


Рис. 3

Если теперь в соответствии с существующей физикой представим, что рассматриваемый материальный объект (шар) состоит также из множества материальных точек, каждая из которых взаимодействует с точкой O по прямой, соединяющей соответствующую точку шара с этой точкой, то, соединяя прямыми все точки шара с точкой O , мы убедимся, что все линии силового взаимодействия лежат внутри конуса видимости с углом при вершине, равным γ_i . То, что силы взаимодействия двух тел всегда направлены по прямой, соединяющей центры тяжести этих тел, хорошо подтверждается всеми известными экспериментальными

данными. Это безоговорочно принималось Лагранжем, Лоренцем, Эйнштейном, а также всей существующей физикой. Геометрическое построение в этом случае приводит к тому, что γ_i – угол гравитационного взаимодействия между шаром и материальной точкой O в любой период времени равен углу видимости шара из положения O_i . При этом как из третьего закона Ньютона, так и из геометрического построения следует, что линии сил взаимодействия между точками шара и точкой O геометрически ни при каких условиях не могут выйти за пределы угла γ_i . Поэтому следует, что закон изменения угла γ_i представляет собой закон изменения гравитационного взаимодействия между шаром и материальной точкой O . Угол γ с изменением расстояния материальной точки от поверхности шара не остаётся постоянным. Закон изменения угла γ в зависимости от расстояния точки O от поверхности шара определяется построенной нами кривой на рис. 3.

Приведённые выше доводы справедливы не только для шара, но и для любых других форм. Движение материальной точки относительно какого-нибудь физического объекта является чисто механическим движением. Несмотря на это, для случая геометрических исследований в соответствии с предложениями эрлангенской программы Ф. Клейна [37], оно всё же может и должно быть определено с помощью терминов и понятий чисто геометрического характера. Следует, однако, заметить, что хотя понятие движения, которым пользуются в геометрии, фактически скопированное с механического, имея много общих черт с перемещением твёрдых тел в окружающем нас физическом пространстве, всё же существенно отличается от механического [38]. Когда мы производим механическое движение, допустим, плоскости в самой себе, то каждая точка K приходит в совмещение с некоторой точкой K' в результате непрерывного перемещения. В геометрии же такому перемещению соответствует взаимно однозначное отображение точки K в точку K' . При этом каждая точка K переходит в определённую точку K' (имеет определённую точку K' своим изображением) и обратно, в каждую точку K' переходит совершенно определённая точка K (каждая точка K' служит изображением некоторой единственной точки K).

Когда в геометрическом рассуждении мы пользуемся понятием движения, для нас существенно только знать, в какую точку K' переходит рассматриваемая точка K , какая точка служит

её изображением. Для геометрии движение играет только роль отображения передвигаемого объекта (плоскости, поверхности, пространства) на самого себя [37]. Таким образом, геометрическое движение есть взаимно однозначное преобразование плоскости (пространства) в саму себя (каждая точка K преобразуется в точку A). Но ведь отображение или преобразование плоскости на себя может быть выполнено различно. Возникает поэтому вопрос: какие особенности отличает движение от других преобразований? В геометрии пользуются движением для установления конгруэнтности тех или иных геометрических образов; поэтому те свойства, которые мы соединяем с идеей конгруэнтности, естественно, должны быть источником и тех свойств, которые мы приписываем преобразованиям, рассматриваемым как геометрические движения. Иными словами, два образа, которые могут быть совмещены движением, конгруэнтны [37]. Прежде всего, каждый геометрический образ конгруэнтен самому себе и, следовательно, среди преобразований, представляющих геометрические движения, должно быть такое, при котором изображением каждой точки служит эта же самая точка (каждая точка преобразовывается в себя), а соответствующее этому преобразование называется тождественным.

Если некоторый образ λ конгруэнтен образу β ($\lambda \equiv \beta$), то и, обратно, образ β конгруэнтен образу λ ($\beta \equiv \lambda$). Это означает, что каждому преобразованию, выражающему движение, должно соответствовать и обратное преобразование. Иначе говоря, если среди преобразований движения существует такое, которое относит точку K некоторой первой совокупности в точку K' другой совокупности, то среди преобразований, представляющих движения, должно существовать и такое, которое относит точку K' второй совокупности в точку K первой совокупности, и именно в ту, образом которой она является в первом движении. Наконец, еще одно свойство играет здесь важную роль. Если образ λ конгруэнтен образу β , а образ β конгруэнтен образу σ , то образ λ конгруэнтен образу σ (из $\lambda \equiv \beta$, $\beta \equiv \sigma$ следует $\lambda \equiv \sigma$). Это третье преобразование, представляющее собой результат последовательного выполнения двух преобразований, называется составленным из первых двух. Совокупность преобразований, обладающих тремя вышеуказанными свойствами, Клейн и Ли, руководствуясь теорией Галуа в алгебре, назвали группой преобразований. Таким образом,

совокупность преобразований, представляющих геометрические движения, образует группу.

Возвращаясь к определению группы, отметим, что существование тождественного преобразования является уже следствием существования обратного преобразования и преобразования, являющегося произведением двух преобразований рассматриваемой совокупности [37]. Предметом изучения, с точки зрения движения, могут служить лишь объекты, которые при любом преобразовании группы остаются неизменными, инвариантными. Инвариантными могут являться числа, определённым образом связанные с теми или иными геометрическими образами физических объектов, или соотношения между этими образами, сохраняющиеся при заданных преобразованиях.

Клейн установил, что объектами такого геометрического исследования могут служить также переменные величины и алгебраические уравнения, связанные с теми или иными геометрическими образами. Каковы бы ни были объекты, составляющие рассматриваемое многообразие (множество), в нём может быть установлена группа преобразований на самоё себя, то есть группа инвариантов или инвариантных отношений между этими объектами [37]. Так как в дальнейших исследованиях под термином «физический объект» мы будем подразумевать тело любой формы, встречающейся в природе, то для установления группы инвариантов или инвариантных соотношений, соответствующих движению данного физического объекта, необходимо установить минимальное количество точек, принадлежащих данному телу, описывающих его как с точки зрения объёма, так и с точки зрения движения или проективного отображения.

В соответствии с аксиомами связи проективной геометрии имеем:

1) любые три точки пространства определяют плоскость (лежат в одной плоскости);

2) любые четыре точки пространства, не лежащие на одной плоскости, определяют некоторый объём пространства. Существует не менее четырёх точек, не лежащих на одной плоскости.

Так как любые, существующие в природе, физические объекты обладают объёмом, то в соответствии с приведёнными аксиомами минимальное количество точек, определяющих рассматриваемый объёмный объект, не может быть меньше

четырёх. В результате мы приходим к выводу, что для установления группы преобразований на себя необходимо, чтобы рассматриваемый объёмный объект определился не менее чем четырьмя точками, взятыми на этом объекте. В связи с этим число лучей проективной системы координат, применяемой для изучения законов движения, должно быть равно количеству точек, взятых на объекте, и не может быть меньше четырёх. Таким образом, задача механики взаимодействий в такой постановке сводится к введению четырёхлучевой или, иначе говоря, четырёхмерной проективной системы координат, описанной ниже.

Для отыскания инвариантных соотношений возьмём физический объект произвольной геометрической формы и материальную точку O , движущуюся по прямой σ в направлении к объекту (рис. 4).

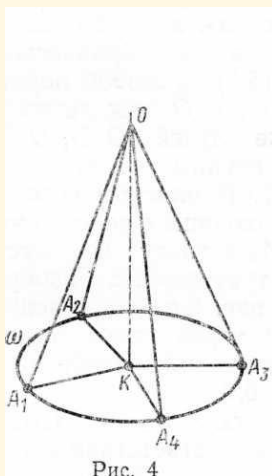


Рис. 4

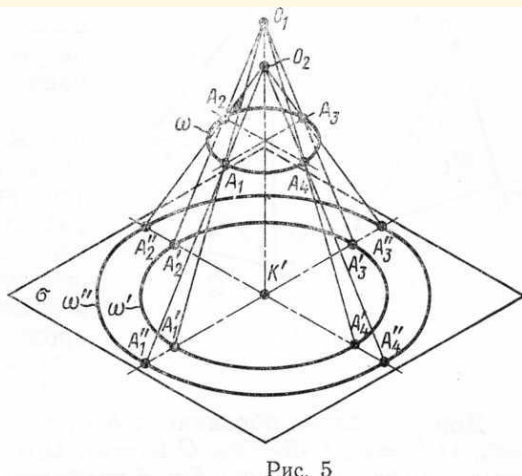


Рис. 5

Выберем какое-нибудь фиксированное положение O_i точки O и из него проведём лучи $O_i A_1$, $O_i A_2$, $O_i A_3$, $O_i A_4$, касающиеся объекта в точках A_1 , A_2 , A_3 , A_4 и образующие телесный угол видимости объекта из положения O_i или, как установлено выше, угол гравитационного взаимодействия объекта с точкой O . Пусть точки A_1 , A_2 , A_3 , A_4 не лежат на одной плоскости и образуют пространственный четырёхгранник, а четыре луча $O_i A_i$ –

проективную систему координат. В сечении физического объекта по точкам касания лучей пусть образуется какая-нибудь замкнутая пространственная кривая ω (рис.4). Пучок лучей, образующий конус, является проективным пучком [39]. Кривую ω из центра O_1 и из центра O_2 этим же пучком спроектируем на плоскость σ , перпендикулярную высоте конуса (рис. 5). В результате получим две эквидистантные кривые ω' и ω'' . Вместе с тем проведённое нами проектирование неподвижной кривой ω из подвижного центра O_1 и O_2 на неподвижную плоскость тождественно перемещению материальной точки O (см. рис. 3) относительно материального объекта, то есть представляет собой геометрическое отображение закона движения объекта. В связи с этим математическое выражение закона движения будем искать в виде соотношения, не изменяющего своей формы при изменении положения точки O (см. рис. 2–5). Для отыскания такого соотношения в декартовой системе координат (см. рис. 5) возьмём четыре касательных, длины которых соответственно равны: $O_1A_1 = x_1$, $O_1A_2 = x_2$, $O_1A_3 = x_3$, $O_1A_4 = x_4$, или для проекции ω' : $O_1A'_1 = x_1$, $O_1A'_2 = x_2$, $O_1A'_3 = x_3$, $O_1A'_4 = x_4$. Обозначим: $A'_1K' = r'_1$, $A'_2K' = r'_2$, $A'_3K' = r'_3$, $A'_4K' = r'_4$.

В соответствии с теоремой Пифагора из рис. 5 можно записать:

$$(x'_1)^2 - (r'_1)^2 = h^2, \quad (x'_2)^2 - (r'_2)^2 = h^2 \quad (5.1a)$$

$$(x'_3)^2 - (r'_3)^2 = h^2, \quad (x'_4)^2 - (r'_4)^2 = h^2 \quad (5.1б)$$

Сложив (5.1a) и (5.1б), получим:

$$(x'_1)^2 + (x'_2)^2 - (r'_1)^2 - (r'_2)^2 = 2h^2,$$

$$(x'_3)^2 + (x'_4)^2 - (r'_3)^2 - (r'_4)^2 = 2h^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе и перенесём все r_i вправо:

$$(x'_1)^2 + (x'_2)^2 - (x'_3)^2 - (x'_4)^2 = (r'_1)^2 + (r'_2)^2 - (r'_3)^2 - (r'_4)^2. \quad (5.2)$$

Аналогично, для проекции ω'' :

$$(x''_1)^2 + (x''_2)^2 - (x''_3)^2 - (x''_4)^2 = (r''_1)^2 + (r''_2)^2 - (r''_3)^2 - (r''_4)^2.$$

В результате мы приходим к выводу, что при проектировании кривой ω на плоскость σ из любого положения O_i точки O , движущейся относительно объекта, форма уравнения (5.2) не изменяется. Считаем теперь, что перемещения x_1, x_2, x_3, x_4 , входящие в левую часть алгебраического уравнения (5.2), в любой период движения точки O тождественно равны длине лучей $O_i A_1, O_i A_2, O_i A_3, O_i A_4$ группы касательных (см. рис. 4). В плоском сечении объекта, проходящем через точки касания $A_1 A_3$ и точку O_i , пусть образуется треугольник, изображённый на рис. 6,а, а в сечении, проходящем через точки A_2, A_4 и O_i , — треугольник, изображённый на рис. 6,б.

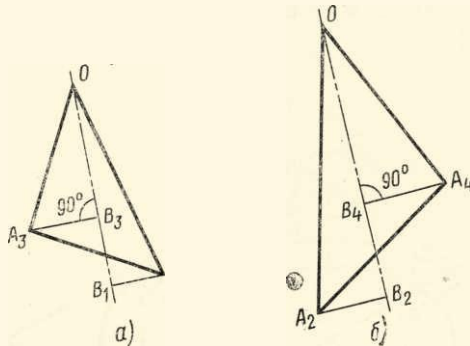


Рис. 6

Дополнительно обозначим: $A_1 B_1 = r_1, A_2 B_2 = r_2, A_3 B_3 = r_3, A_4 B_4 = r_4, O_i B_1 = z_1, O_i B_2 = z_2, O_i B_3 = z_3, O_i B_4 = z_4$.

В соответствии с теоремой Пифагора из рис. 6,а, б запишем:

$$x^2_1 - r^2_1 = z^2_1, \quad x^2_2 - r^2_2 = z^2_2 \quad (5.3а)$$

$$x^2_3 - r^2_3 = z^2_3, \quad x^2_4 - r^2_4 = z^2_4 \quad (5.3б)$$

Сложив (5.3а) и (5.3б), получим:

$$x^2_1 + x^2_2 - r^2_1 - r^2_2 = z^2_1 + z^2_2$$

Русское Физическое Общество

$$x_3^2 + x_4^2 - r_3^2 - r_4^2 = z_3^2 + z_4^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе и перенесём все r_i^2 вправо:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + z_1^2 + z_2^2 - z_3^2 - z_4^2 \quad (5.4)$$

Для сокращения записей обозначим правую часть уравнения (5.4) через a^2 :

$$r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + z_1^2 + z_2^2 - z_3^2 - z_4^2 = a^2 \quad (5.5)$$

Сравнивая (5.2) и (5.4), нетрудно заметить, что для проекции [см. (5.2)] сумма $z_1^2 + z_2^2 - z_3^2 - z_4^2 = 0$. Приведём уравнение (5.4) к виду

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = a^2. \quad (5.6)$$

Так как уравнение (5.6) записано для реально существующего в природе физического объекта и материальной точки O (см. рис. 2, 3), находящейся на любом, произвольном расстоянии от него и являющейся одновременно центром проектирования, а форма уравнения (5.6) не зависит от положения этого центра, то это уравнение является инвариантом движения, то есть не изменяет своей формы при изменении положения точки O при её перемещении относительно объекта.

Разделив обе части уравнения (5.6) на a^2 , получим

$$(x_1^2 + x_2^2) / a^2 - (x_3^2 + x_4^2) / a^2 = 1.$$

В результате приходим к выводу, что алгебраической кривой, описываемой уравнением (5.6), является равнобочная гипербола

$$y_1^2 - y_2^2 = a_1^2, \quad (5.7)$$

для которой числовое значение a , определяемое уравнением (5.5), равно полуоси гиперболы $a^2 = a_1^2$. График уравнений (5.6) и (5.7) показан на рис. 7.

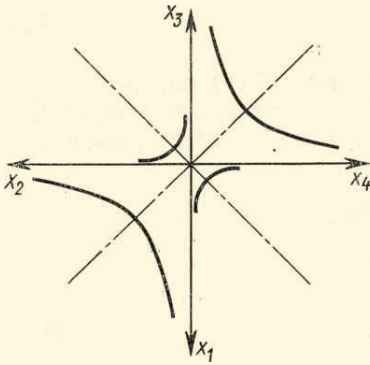


Рис. 7

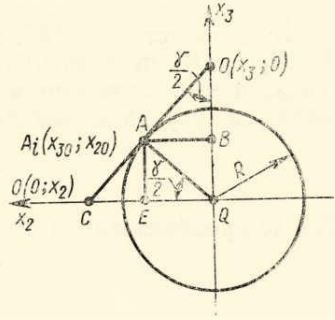


Рис. 8

Алгебраические линии выделяются среди всех вообще линий по виду своих уравнений [36]. Естественно, возникает вопрос: не может ли алгебраичность уравнения нарушиться при переходе от одной системы координат к другой (в нашем случае в результате движения точки O ; см. рис. 4)? В этом случае не представлялось бы возможным вводить в геометрию понятие алгебраической линии. Как показано в [36], алгебраичность и степень уравнения инвариантны относительно преобразования проективных координат. При изменении проективной системы однородных координат в новых координатах получим однородную же форму, притом той же степени, что и исходная.

Таким образом, при проективном отображении алгебраические образы любого порядка или класса отображаются в алгебраические образы того же порядка или класса [86]. В результате мы установили, что проведённые нами преобразования, а также выводы, касающиеся уравнений (5.6) и (5.7), являются логическим следствием проективной геометрии.

Доказательство того, что кривая CHD (см. рис. 3) является гиперболой, может быть получено непосредственно из рис. 8.

По построению, луч $O_i A_i$ (см. рис. 3 и 8) в любой период времени параллелен касательной к кривой CHD , сама же кривая представляет собой графическое изображение закона углов поворота этого луча (касательной). Поэтому уравнение кривой будем

искать с помощью луча $O_i A_i$ (см. рис. 8). Для этого на этом луче возьмём точки с координатами: $O_i (x_3; 0)$; $A_i (x_{30}; x_{20})$, $C_i (0; x_2)$.

Из рис. 8 запишем:

$$\operatorname{ctg} \gamma/2 = (x_3 - x_{30}) / x_{20} = x_{20} / x_{30}. \quad (5.8)$$

Преобразовав (5.8), получим:

$$x_3 \cdot x_{30} = x_{30}^2 + x_{20}^2 = R^2 \quad (5.9)$$

$$x_3 = R^2 / x_{30}. \quad (5.10)$$

В соответствии с [40, с. 460] уравнение (5.10) определяет точку $O_i(x_3; 0)$ пересечения касательной к гиперболе с осью Qx_3 . Точку пересечения этой касательной с осью Qx_2 найдём, воспользовавшись треугольником AEC (см. рис. 8):

$$(x_2 - x_{20}) / x_{30} = x_{30} / x_{20}.$$

После преобразования получим

$$x_2 = R^2 / x_{20}. \quad (5.11)$$

Так как касательной к гиперболе, точки встречи которой с осями Qx_3 , Qx_2 определяются уравнениями (5.10), (5.11), является луч $O_i A_i$ то, следовательно, кривая CHD (см. рис. 3), характеризующая изменение угла наклона этого луча в зависимости от расстояния между материальной точкой и объектом, является гиперболой. Доказательство этого можно получить также исходя из рис. 8 следующим образом:

$$\sin \gamma/2 = R / x_3; \quad \operatorname{tg} \gamma/2 = R / \sqrt{x_3^2 - R^2} = x_2 / x_3,$$

откуда

$$x_2 = R x_3 / \sqrt{x_3^2 - R^2}. \quad (5.12)$$

Для того чтобы привести уравнение (5.12) к виду, рассмотренному в литературе, подберём коэффициент a так, чтобы в любой период времени удовлетворялось следующее равенство:

$$(x_3^2 - R^2) = (x_3 - A)^2,$$

где

$$R^2 = 2x_3\alpha - \alpha^2 \quad (5.13)$$

Подставив (5.13) в (5.12), получим уравнение равнобочной гиперболы, рассмотренное М. Я. Выгодским в «Справочнике по высшей математике» (Физматгиз, 1983, с. 106), в виде

$$x_2 = (R x_3 + n) / (x_3 - \alpha),$$

где $n = 0$; α – параметр, определяющий сдвиг центра гиперболы относительно выбранной системы отсчёта. Центр этой гиперболы смещён относительно системы отсчёта в точку $H(-\alpha; R)$.

Заметим дополнительно, что уравнения (5.11), (5.12) определяют одну и ту же координату x_2 точки встречи луча $O_i A_i$ с осью Qx_2 и, следовательно, в любой период времени удовлетворяется равенство

$$x_2 = R^2/x_{20} = R x_3/\sqrt{x_3^2 - R^2} \quad (5.14)$$

Графиком этих уравнений является одна и та же равнобочная гипербола, центр которой смещён относительно центра выбранной системы отсчёта. Задаваясь рядом последовательных значений $x_3 = 1,01; 1,02; 1,05; 1,5; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$ и т. д. и принимая $R = 1$ по уравнению (5.12), построим график (рис. 9).

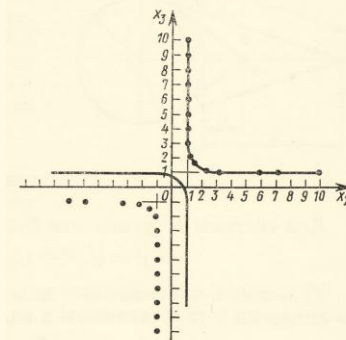


Рис. 9

Построив график уравнения (5.14) для тех же значений x_3 и R , мы обнаружим, что все точки его совпадают с графиком уравнений (5.12).

То, что угол взаимодействия γ (см. рис. 2, 3, 8) в зависимости от расстояния между материальной точкой и объектом изменяется по гиперболе, подтверждено экспериментальными данными, полученными Резерфордом в опытах по рассеянию α -частицы на ядрах при прохождении через тонкую металлическую фольгу [35]. При прохождении через тонкую фольгу α -частицы отклонялись от первоначального направления движения на различные углы. Траектория движения α -частиц, как установил Резерфорд, представляет собой гиперболу. Так как траектория движения в этом случае определяется изменением взаимодействий между налетающей α -частицей и ядром-мишенью, то, следовательно, эта траектория представляет собой закон изменения взаимодействий между α -частицами и ядром в зависимости от расстояния между ними. Так как в процессе дальнейших исследований мы будем пользоваться уравнениями, записанными в основном в виде конечных разностей параметров, то, пользуясь рис. 10, выведем эти уравнения.

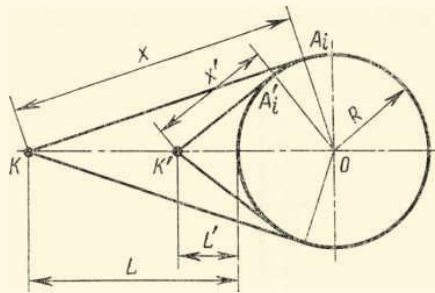


Рис. 10

Пусть рассматриваемый физический объект будет неподвижен относительно системы координат K' которая вместе с объектом движется относительно системы K вдоль оси L . Уравнение для треугольников KA_iO и $K'A_iO$ запишем, пользуясь теоремой Пифагора, в виде $(L_i + R)^2 = x_i^2 + R^2$. После преобразований получим

$$x_i^2 = L_i^2 + a_i^2,$$

где $a_i^2 = 2L_iR$, $2R = D$ – диаметр объекта.

Для системы K' уравнения будут иметь вид:

$$(x'i)^2 = (L'i)^2 + (a'i)^2, \quad (a'i)^2 = 2L'iR. \quad (5,14a)$$

Уравнения, описывающие положение объекта в системах K и K' , по аналогии с (5.4) запишем в виде:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = L_1^2 + L_2^2 - L_3^2 - L_4^2 + a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 - a_4^2, \quad (5.15)$$

$$(x'_1)^2 + (x'_2)^2 - (x'_3)^2 - (x'_4)^2 = \\ = (L'_1)^2 + (L'_2)^2 - (L'_3)^2 - (L'_4)^2 + (a'_1)^2 + (a'_2)^2 - (a'_3)^2 - (a'_4)^2. \quad (5.16)$$

Перемещение объекта относительно системы K в этом случае определяется разностью между (5.15) и (5.16). Для сокращения записей введём обозначения:

$$x_i^2 - (x'_i)^2 = dx^2, \quad L_i^2 - (L'_i)^2 = dL_i^2, \quad a_i^2 - (a'_i)^2 = da^2$$

В итоге имеем

$$dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 - dx_4^2 = \\ = dL_1^2 + dL_2^2 - dL_3^2 - dL_4^2 + da_1^2 + da_2^2 - da_3^2 - da_4^2. \quad (5.17)$$

Видно, что (5.17) состоит из следующих трёх уравнений:

$$da_1^2 + da_2^2 - da_3^2 - da_4^2 = da_{xL}^2, \quad (5.18)$$

$$dL_1^2 + dL_2^2 - dL_3^2 - dL_4^2 = dL_{xa}^2, \quad (5.19)$$

$$dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2 - dx_4^2 = dx_{La}^2. \quad (5.20)$$

При этом напоминаем, что вследствие установленного нами в гл. 1 факта конечной физической делимости вещества, то есть дискретности строения объектов, как в данном разделе, так и во всей работе в целом вводимые обозначения dx , dy и т. д. при определении этой дискретности не являются дифференциалами, а представляют собой алгебраические разности параметров типа $dx^2 = x_1^2 - x_2^2$, $dy^2 = y_1^2 - y_2^2$ и т. д.

Так как движения дискретных материальных образований происходят в непрерывном пространстве, то при определении движений эти же разности принимаются нами как дифференциалы, что хорошо согласуется с существующей математической логикой.

В дальнейших исследованиях будет показано, что уравнения (5.6), (5.20), а также построения, выполненные на рис. 3, дают нам кривую, распадающуюся на две равнобочных гиперболы или, точнее, на два гиперболических конуса, образующих калибрующую полость пространства.

Из уравнения (5.18) следует также, что радиус круга взаимодействий (радиус объекта, на который опирается угол $\gamma/2$) изменяется по гиперболическому закону.

Из рис. 3.8 следует, что график синуса является также гиперболой:

$$\sin \gamma/2 = R/x_3$$

Необходимо помнить, что построение гиперболы взаимодействия (см. рис. 3) мы проводили на физическом объекте, геометрический размер которого больше нуля. Из построения следует, что для любых физических объектов, размер которых больше нуля, а с геометрической точки зрения для невырожденного абсолюта, существует невырожденная гипербола, для которой полуоси $a > 0$ и $a_1 > 0$, то есть существует гипербола, не вырождающаяся в пару взаимно перпендикулярных прямых. В случае если геометрический размер объекта тождественно равен нулю, что соответствует пустому пространству, гипербола вырождается в пару евклидовых прямых.

Для окончательного уяснения вопроса о логической непротиворечивости приведённых выше построений и выводов рассмотрим полученную нами геометрию относительно движения или, точнее, геометрию взаимодействия физических объектов в интерпретации геометрии Кэли–Клейна с невырожденным абсолютом. Для этого возьмём круговой абсолют и точку O , лежащую вне этого абсолюта. С точки зрения физики круговой абсолют пусть представляет собой шар, обладающий массой m , а O – материальная точка. Сечение плоскостью, проходящей через точку O , и центр шара дадут круг радиуса R (рис. 11). Из точки O проведём прямые OC_1 , OC_2 , встречающие абсолют, то есть проходящие через него; OA_1 , OA_2 , касающиеся абсолюта в точках

A_1 , A_2 и OB_1 , OB_2 , не встречающие абсолюта и не касающиеся его. Все прямые (см. рис. 11) в геометрии Кэли–Клейна разбиваются на прямые, встречающие абсолюта, и прямые, не встречающие абсолюта, то есть целиком лежащие вне его [37]. Прямые, встречающие абсолюта, получили название гиперболических. Прямые, касающиеся абсолюта, как граничные, встречающие абсолюта в одной точке, также относятся к типу гиперболических. Прямые, не встречающие абсолюта, отнесены к типу эллиптических прямых. Геометрия прямых, встречающих абсолюта, вместе с геометрией прямых, касающихся абсолюта, в данный период времени объединена в одну общую так называемую расширенную геометрию Лобачевского.

Так как любой материальный объект, взаимодействие которого с точкой может быть рассмотрено, состоит из материальных точек, каждая из которых взаимодействует с точкой O_i по прямой, соединяющей её, то, соединив прямыми все точки рассматриваемого объекта с точкой O_i , мы убедимся, что все линии силового взаимодействия лежат внутри конуса видимости с углом при вершине, равным γ_i . Линии силового взаимодействия материальной точки с каким-нибудь материальным объектом (см. рис. 2, 3, 4) в соответствии с рис. И относятся к прямым, встречающим абсолюта (физический объект).

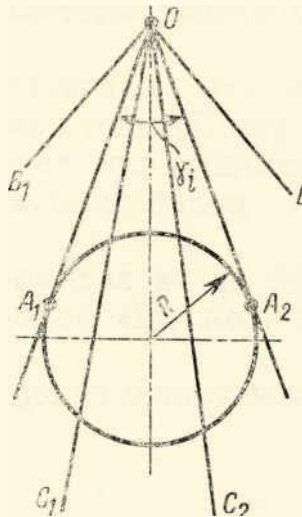


Рис. 11

В качестве граничных. служат прямые, касающиеся абсолюта. Так как геометрией прямых, встречающих абсолют и касающихся абсолюта, является расширенная геометрия Лобачевского, то эта геометрия является геометрией взаимодействий движущихся физических объектов.

Таким образом, мы раскрыли неизвестный до сих пор закон природы: *«Угол гравитационного взаимодействия у материальной точки с материальным объектом равен углу видимости объекта из данной точки и в зависимости от расстояния между точкой и объектом изменяется по гиперболическому закону»* [41].

Это является объективной истиной, существующей в природе независимо от воли и сознания людей, играющей фундаментальную роль в вопросах познания природы человеком.

Для дальнейших исследований мы выбрали объект в форме шара. В связи с этим геометры, учитывая, что шар рассматривается как идеальное тело, для которого радиус есть величина постоянная (для всей поверхности геометрического шара $\Delta R = 0$), о расчётах, выполненных в § 3, могут сказать, что всё это верно, но для геометрического шара уравнение (5.6) следует записать в виде

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 = 0. \quad (5.21)$$

Действительно, уравнение (5.21) справедливо только для геометрического шара, но не для физического тела, имеющего шарообразную форму. Так как в работе рассматривается физическое тело, имеющее форму шара, то в этом случае справедливым остаётся уравнение (5.6), а не (5.21). Доказательство справедливости этого утверждения легко получить, исходя из того факта, что любой рассматриваемый нами физический объект сам состоит из элементарных (неделимых) частиц, которые не находятся в покое, а движутся внутри объекта, а также из факта существования несоизмеримости между длиной окружности и радиусом. Учитывая, что четыре линии, составляющие шарнирную (проективную) систему координат (см. рис. 4, 13), представляют собой линии взаимодействия между элементарной частицей, находящейся в начале системы отсчёта, и четырьмя элементарными частицами, входящими в состав объекта, расположенными на его поверхности, приходим к выводу, что во всех случаях, когда объект состоит из системы неделимых частиц, которые вследствие

общепринятых определений сами имеют форму маленьких шариков, расстояния x_1, x_2, x_3, x_4 не равны между собой. В этом случае разность (5.6) (a^2) уменьшается с уменьшением числа частиц, входящих в состав рассматриваемого объекта и в пределе обращается в нуль, то есть уравнение (5.6) переходит в уравнение (5.21) лишь в том случае, когда объект состоит из единственной, неделимой далее никаким из существующих вообще в природе способов, частицы. Такой подход к изучению взаимодействий физических объектов является единственно правильным, так как он основывается на общеизвестных опытных данных.

Кроме того, точки, взятые в соответствии с рис. 4 и 13 на объекте, представляют собой гармоническую группу точек, а лучи (см. рис. 13) x_1, x_2, x_3, x_4 – гармоническую группу лучей.

Для доказательства возьмём на каком-нибудь теле четыре диаметрально противоположные, не лежащие в одной плоскости, точки, с помощью которых можно описать объём этого тела. Так как: точки не лежат в одной плоскости, то форма тела, заключённого внутри плоскостей, проходящих через любые три точки из четырёх, в этом случае будет представлять собой четырёхгранник. Проекция этого четырёхгранника на плоскость представляет собой четырёхугольник, по которому в проективной геометрии и определяется гармоническая сопряжённость точек и лучей [42]. Проективной геометрией также доказано, что после применения любого числа проективных преобразований гармоническая четвёрка точек или лучей остаётся гармонической [36].

Известно, что при изменении положения центра проектирования (начала системы отсчёта) гармоническое отношение сохраняется, то есть остаётся неизменным. В сопоставлении с рис. 4 и 13 уравнение (5.6) описывает такую гармоническую четвёрку лучей и в соответствии с вышеизложенным является инвариантом движения физических объектов.

В связи с тем, что геометрия взаимодействий физических объектов есть геометрия Лобачевского, то из этого следует, что угол гравитационного взаимодействия точки с материальным объектом равен углу параллельности Лобачевского $\pi(x)$ [43]. Для определения угла гравитационного взаимодействия воспользуемся моделью, изображённой на рис. 12:

$$\sin \gamma/2 = R / (L + R), \quad (5.22)$$

где R – радиус рассматриваемого шарового объекта; L – расстояние от точки наблюдения до ближайшей точки поверхности объекта:

$$L = R \cdot (\operatorname{cosec} \gamma/2 - 1). \quad (5.23)$$

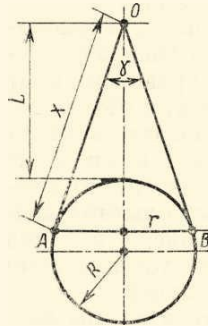


Рис. 12

С другой стороны,

$$L = R_0 \ln h, \quad (5.24)$$

где R_0 – число, которое рассматривается в современной геометрии, как мера неевклидовости [17, 10]. Приравняв (5.23) и (5.24), получим

$$R_0 = R \cdot [\operatorname{cosec} (\gamma/2) - 1] / \ln h. \quad (5.25)$$

Угол γ становится равным нулю в том и только в том случае, когда размер рассматриваемого физического объекта равен нулю, то есть в случае вырождения абсолюта или, в физическом смысле, когда в рассматриваемой области пространства отсутствует физический объект, обладающий массой. В этом случае гипербола вырождается в пару взаимно перпендикулярных прямых. Это показывает, что пространство взаимодействующего вещества или пространство взаимодействий физических объектов является гиперболическим, то есть пространством Лобачевского. Пустое же пространство, то есть пространство, в котором отсутствуют материальные объекты, является евклидовым или прямым. С другой стороны, как бы ни было велико расстояние между рассматриваемым объектом и точкой, угол γ остаётся большим нуля, в связи с чем пространство остаётся гиперболическим.

***§ 5. Обоснование геометрического метода. / М.Г. Лобановский. Основания физики природы. – М., «Высшая школа», 1990. 262 стр.: илл.**

Заключение

Применённый автором математический аппарат на основе проективной (сочленённой) системы координат с конечным алгебраическим дифференциалом позволяет сделать точный расчёт, даже если считать принципы формирования системы настолько сложными, что невозможно охарактеризовать их обычными методами или они неизвестны. В результате расчётов, произведённых в монографии, впервые выявлены и обоснованы следующие закономерности:

- поправки ко второму закону Ньютона, с учётом скорости распространения гравитационного взаимодействия в пространстве;
- законы сохранения массы и энергии, с учётом изменений в физических объектах в соответствии со скоростью их движения;
- выявлена единая движущая сила природы, закон гравитационного поля на движущийся объект физической поверхности в соответствии с его скоростью движения;
- закон поведения в пространстве электрически заряженных объектов;
- закономерности однородного поля,
- закон роста планет до их критического возгорания...

Цитированная литература

- [10] Сиама Д. Физические принципы общей теории относительности. М., 1971. С.22
- [17] Бор Н. Атомная физика и человеческое познание. М., 1961. С. 61-62
- [35] Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1967
- [36] Ефимов И.В. Высшая геометрия. М., 1961
- [37] Каган В.Ф. Основания геометрии. М., 1956. Ч. II
- [38] Klein F. Gesammelte Math abhandlungen Leipzig, 1926. V. I
- [39] Глаголев Н.А. Проективная геометрия. М., 1963
- [40] Мусхелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. М., 1947
- [41] Лобановский М.Г. Геометрический метод в изучении взаимодействий физических объектов. Тр. Московского института

Русское Физическое Общество

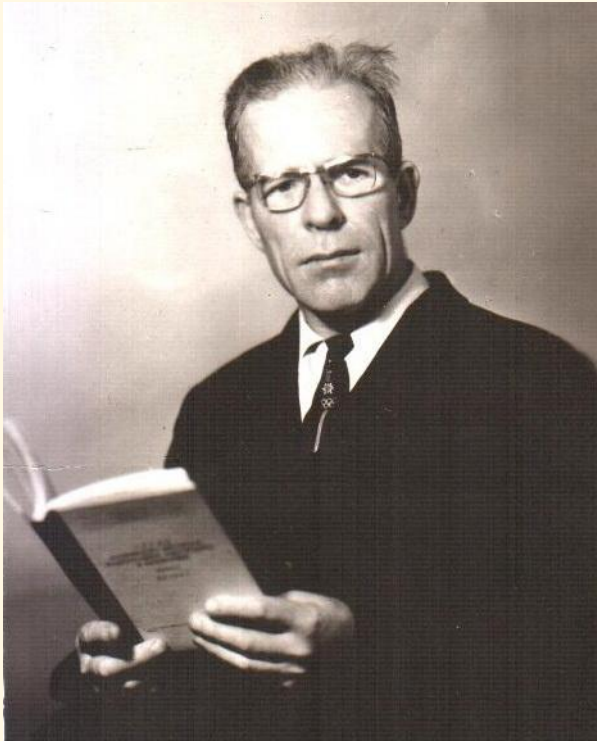
радиотехники, электроники и автоматики. 1968. Вып. 37

[42] Coxeter Х.С. The Real Projective Plane. Cambridge, 1955

[43] Лобачевский Н.И. Собрание сочинений. М., 1967

[86] Тамм И.Е. основы теории электричества. М., 1966

Лобановский Михаил Григорьевич (15.07.1922 ÷ 16.05.1989), – кандидат технических наук (Москва), выдающийся русский учёный физик, автор двух фундаментальных монографий: «Начала геометрической физики», – М., 1974 и «Основания физики природы», – М., 1990



Russian Physical Society, International (2012)

